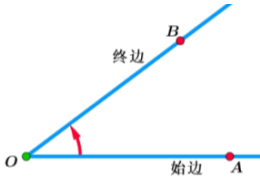


第三讲 角初步

一、角

1. 角的定义

		定义
静态		有公共端点的_____组成的图形叫做角，这个公共端点是角的顶点，这两条射线是角的两条边．
动态		角也可以看作由一条射线绕着它的端点_____而形成的图形，旋转开始时的射线叫做角的始边，终止时的射线叫做角的终边．

- 【备注】** 1、角的大小只与开口的大小有关，而与角的边画出部分的长短无关．
- 2、①角的组成部分为：两条边和一个顶点；
- ②顶点是这两条边的交点；
- ③角的两条边是射线，是无限延伸的；
- ④射线旋转时经过的平面部分称为角的内部，平面的其余部分称为角的外部．

🍬 举个“栗”子

栗子1

1. 在下列说法中，正确的是（ ）．
- ①两条射线组成的图形叫做角；
- ②角的大小与边的长短无关；
- ③角的两边可以一样长，也可以一长一短；
- ④角的两边是两条射线．

A. ①②

B. ②④

C. ②③

D. ③④

【答案】 B**【解析】** ①有公共端点的两条射线组成的图形叫做角，故错误；

②角的大小与边的长短无关，故正确；

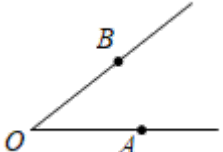
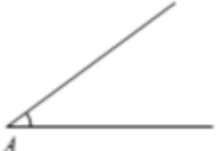
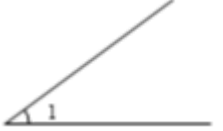
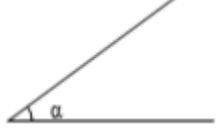
③角的两边是两条射线，射线不能度量，所以不能说长或短，故错误；

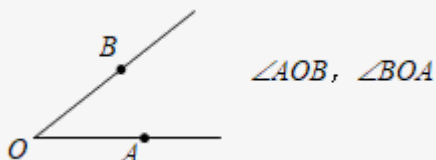
④角的两边是两条射线，故正确．

②④正确，故选B．

【标注】【知识点】角的定义

2. 角的表示

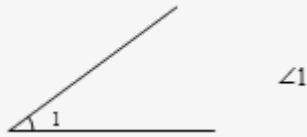
(1) 利用三个大写字母来表示，_____、 _____	
(2) 利用一个大写字母来表示，_____	
(3) 用数字来表示角，_____	
(4) 用小写的希腊字母来表示角，_____	

【备注】 (1) 利用三个大写字母来表示，如图：

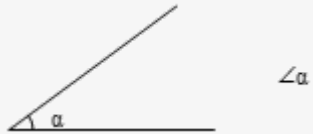
(2) 利用一个大写字母来表示，如图：



(3) 用数字来表示角，如图：

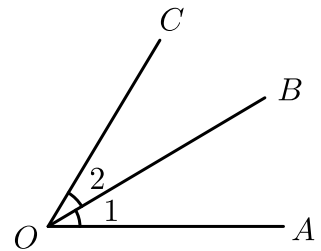


(4) 用小写的希腊字母来表示角，如图：



栗子2

2. 如图，下列表示角的方法错误的是（ ）。



- A. $\angle 1$ 与 $\angle AOB$ 表示同一个角
- B. $\angle 2$ 表示的是 $\angle BOC$
- C. 图中共有三个角： $\angle AOB$ ， $\angle AOC$ ， $\angle BOC$
- D. $\angle AOC$ 也可用 $\angle O$ 表示

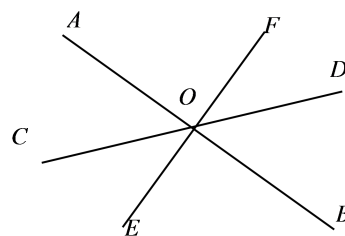
【答案】D

【解析】 $\angle AOC$ 不能用 $\angle O$ 表示，错误，故选D。

【标注】【知识点】角的表示方法

栗子3

3. 如图，三条直线 AB 、 CD 、 EF 交于点 O ，则图中以 O 为顶点的角（包括平角）共有（ ）。



A. 8个

B. 10个

C. 12个

D. 18个

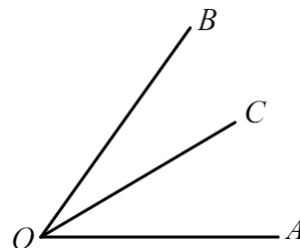
【答案】 D

【解析】 根据平角的概念可知，图中以O为顶点的角（包括平角）共有： $\angle BOE$ 、 $\angle EOC$ 、 $\angle COA$ 、 $\angle AOF$ 、 $\angle FOD$ 、 $\angle DOB$ 、 $\angle BOC$ 、 $\angle EOA$ 、 $\angle COF$ 、 $\angle AOD$ 、 $\angle FOB$ 、 $\angle DOE$ 、 $\angle BOA$ 、 $\angle EOF$ 、 $\angle COD$ 、 $\angle AOB$ 、 $\angle FOE$ 、 $\angle DOC$ 共18个。故选D。

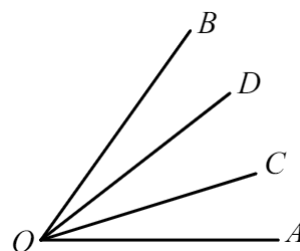
【标注】【知识点】角的计数

4. 求下列各题中有多少个角？

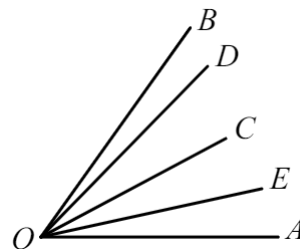
（1）在 $\angle AOB$ 内部画1条射线OC，则图中有 _____ 个不同的角。



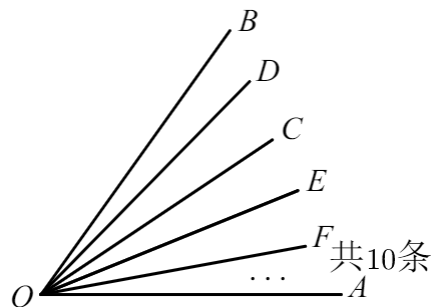
（2）在 $\angle AOB$ 内部画2条射线OC，OD，则图中有 _____ 个不同的角。



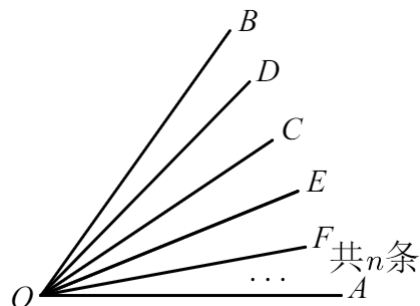
（3）在 $\angle AOB$ 内部画3条射线OC，OD，OE，则图中有 _____ 个不同的角。



（4）在 $\angle AOB$ 内部画10条射线OC，OD，OE...，则图中有 _____ 个不同的角。



(5) 在 $\angle AOB$ 内部画 n 条射线 $OC, OD, OE \dots$, 则图中有 _____ 个不同的角 .



【答案】 (1) 3

(2) 6

(3) 10

(4) 66

(5) $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$

【解析】 (1) $\frac{(1+1)(1+2)}{2} = 3 .$

(2) $\frac{(2+1)(2+2)}{2} = 6 .$

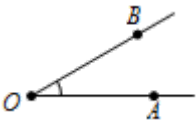
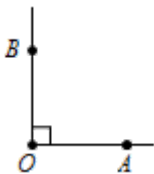
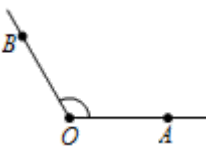
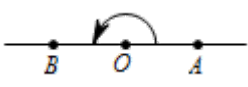
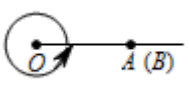
(3) $\frac{(3+1)(3+2)}{2} = 10 .$

(4) $\frac{(4+1)(4+2)}{2} = 66 .$

(5) $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ (代入公式) .

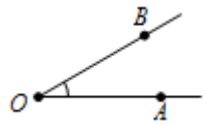
【标注】【知识点】角的计数

3. 角的分类

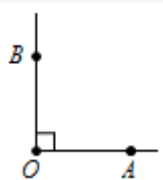
角的分类	示意图	定义
锐角		度数大于____°, 小于____°的角称为锐角.
直角		度数为____°的角称为直角
钝角		度数大于____°, 小于____°的角称为钝角.
平角		度数为____°的角称为平角
周角		度数为____°的角称为周角

【备注】角的分类

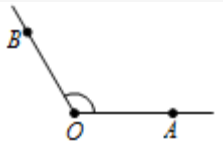
(1) 锐角：度数大于 0° ，小于 90° 的角称为锐角，($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) .



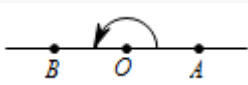
(2) 直角：度数为 90° 的角称为直角，即射线 OA 绕点 O 旋转，当终边与始边垂直时所成的角(90°) .



(3) 钝角：大于 90° ，小于 180° 的角称为钝角，($90^\circ < \alpha < 180^\circ$) .



(4) 平角：如果角的终边是由角的始边旋转半周而得到，这样的角叫平角．即射线 OA 绕点 O 旋转，当终边在始边 OA 的反向延长线上时所成的角．



(5) 周角：如果角的终边是由角的始边旋转一周而得到，这样的角叫周角，即射线 OA 绕点 O 旋转，当终边与始边重合时所成的角．



栗子4

5. 下列说法正确的是（ ）

- A. 平角是一条直线
- B. 角的边越长，角越大
- C. 大于直角的角叫做钝角
- D. 两个锐角的和不一定是钝角

【答案】 D

【解析】 A. 平角是两条射线组成的一条直线，故此选项错误；B. 角的边越长，与角的大小无关，故此选项错误；C. 大于直角且小于 180° 的角叫做钝角，故此选项错误；D. 两个锐角的和不一定是钝角，正确．故选：D．

【标注】【知识点】角的定义

6. 下列说法正确的个数是（ ）．

①直线是平角；②射线是周角；③平角是一条直线；④周角是一条直线

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

【答案】 A

【解析】 平角的特点是两条边成一条直线，不能说直线是平角，故①错误；
周角的特点是两条边重合成射线，但不能说成射线是周角，故②错误；
平角的特点是两条边成一条直线，但不能说平角是直线，故③错误；
周角的特点是两条边重合成射线，但不能说成周角是一条直线，故④错误．
故选A．

【标注】【知识点】角的分类

4. 角的度量与换算

以度、分、秒为基本单位的角的度量值，叫做角度值．

①把一个周角360等分，每一份就是1度的角，记作 1° ．

②把 1° 的角60等分，每一份就是1分的角，记作 $1'$ ．

③把 $1'$ 的角60等分，每一份就是1秒的角，记作 $1''$ ．

$$1^\circ = \underline{\hspace{1cm}}' \quad 1' = \underline{\hspace{1cm}}'' \quad 1^\circ = \underline{\hspace{1cm}}'$$

$$1'' = \underline{\hspace{1cm}}' \quad 1' = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \quad 1'' = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$$

$$1\text{周角} = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \quad 1\text{平角} = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$$

【备注】以度、分、秒为基本单位的角的度量值，叫做角度值．

①把一个周角**360**等分，每一份就是**1度**的角，记作 **1°** ．

②把 **1°** 的角**60**等分，每一份就是**1分**的角，记作 **$1'$** ．

③把 **$1'$** 的角**60**等分，每一份就是**1秒**的角，记作 **$1''$** ．

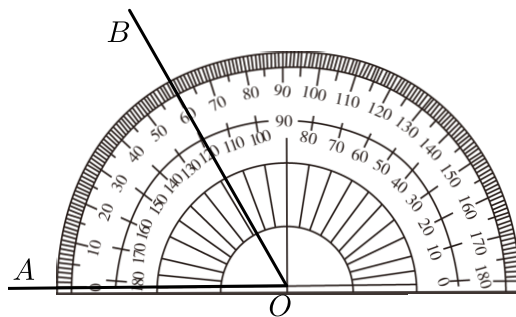
$$1^\circ = 60', 1' = 60'', 1^\circ = 3600'' .$$

$$1'' = \left(\frac{1}{60}\right)', 1' = \left(\frac{1}{60}\right)^\circ, 1'' = \left(\frac{1}{3600}\right)^\circ .$$

$$1\text{周角} = 360^\circ, 1\text{平角} = 180^\circ .$$

栗子5

7. 如图， $\angle AOB$ 的大小可由量角器测得，则 $\angle AOB$ 的度数为（ ）．



A. 60°

B. 120°

C. 30°

D. 90°

【答案】 A

【解析】由量角器的使用方法可知：

$$\angle AOB = 60^\circ .$$

故选A .

【标注】【知识点】角的度量

栗子6

8. $56.46^\circ = \underline{\hspace{1cm}}^\circ \underline{\hspace{1cm}}' \underline{\hspace{1cm}}''$.

【答案】 56 ; 27 ; 36

【解析】 $0.46^\circ \times 60 = 27.6'$,

$$0.6' \times 60 = 36'' ,$$

$$\therefore 56.46^\circ = 56^\circ 27' 36'' .$$

【标注】【知识点】角度换算

9. 度分秒换算： $45^\circ 19' 12'' = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

【答案】 45.32

【解析】 $\therefore 12'' = \left(\frac{12}{60}\right)' = 0.2'$,

$$19' + 0.2' = 19.2' = \left(\frac{19.2}{60}\right)^\circ = 0.32^\circ ,$$

$$\therefore 45^\circ 19' 12'' = 45.32^\circ .$$

【标注】【知识点】角度换算

栗子7

10. 计算 $24^\circ 13' 37'' + 35^\circ 46' 23'' = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 60°

【解析】 $24^\circ 13' 37'' + 35^\circ 46' 23''$

$$= 59^\circ 59' 60''$$

$$= 60^\circ .$$

故答案为： 60° .

【标注】【知识点】角度换算

11. 计算： $39^\circ 41' - 24^\circ 45' = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $14^\circ 56'$

【解析】 $39^\circ 41' - 24^\circ 45' = 14^\circ 56'$.

【标注】【知识点】角度换算

12. 计算：

(1) $15^{\circ}24' \times 3$.

【答案】 (1) $46^{\circ}12'$.

【解析】 (1) $15^{\circ}24' \times 3 = 45^{\circ}72' = 46^{\circ}12'$.

【标注】【知识点】角度换算

13. 计算： $12^{\circ}13' \div 4 =$ _____ .

【答案】 $3^{\circ}3'15''$

【解析】 $12^{\circ}13' \div 4 = 3^{\circ}3'15''$.

【标注】【知识点】角的度数计算

二、角平分线

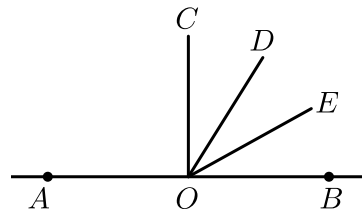
一般地，从一个角的顶点出发，把这个角分成 两个相等 的角的 射线 叫做这个角的平分线 .

角平分线必须同时满足三个条件：

- ①从角的顶点引出的 射线 ；
- ②在角的 内部 ；
- ③将已知角 平分 .

栗子8

14. 如图所示，点A、O、B在同一直线上，OC平分 $\angle AOB$ ，若 $\angle COD = 32^{\circ}$.



(1) 求 $\angle BOD$ 的度数 .

(2) 若OE平分 $\angle BOD$ ，求 $\angle AOE$ 的度数 .

【答案】 (1) 58° .

(2) 151° .

【解析】(1) $\because OC$ 平分 $\angle AOB$,

$$\therefore \angle BOC = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 180^{\circ} = 90^{\circ} ,$$

$$\therefore \angle BOD = \angle BOC - \angle COD = 90^{\circ} - 32^{\circ} = 58^{\circ} ,$$

故答案为 58° .

(2) $\because OE$ 平分 $\angle BOD$,

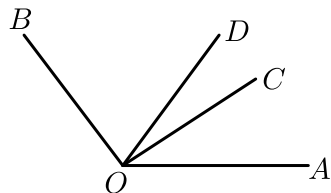
$$\therefore \angle BOE = \frac{1}{2} \angle BOD = \frac{1}{2} \times 58^{\circ} = 29^{\circ} ,$$

$$\therefore \angle AOE = \angle AOB - \angle BOE = 180^{\circ} - 29^{\circ} = 151^{\circ} ,$$

故答案为 151° .

【标注】【知识点】角的和差的计算与证明-不需要分类讨论

15. 如图 , 已知 $\angle BOC = 2\angle AOC$, OD 平分 $\angle AOB$, 且 $\angle COD = 20^{\circ}$, 求 $\angle AOB$ 的度数 .



【答案】 $\angle AOB = 120^{\circ}$.

【解析】 设 $\angle AOC = \alpha$, 则 $\angle BOC = 2\alpha$,

$$\therefore \angle AOB = \angle AOC + \angle BOC = 3\alpha ,$$

$\because OD$ 平分 $\angle AOB$,

$$\therefore \angle AOD = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{3}{2} \alpha ,$$

$$\therefore \angle COD = \angle AOD - \angle AOC = \frac{1}{2} \alpha ,$$

$$\therefore \angle COD = 20^{\circ} ,$$

$$\therefore \alpha = 40^{\circ} ,$$

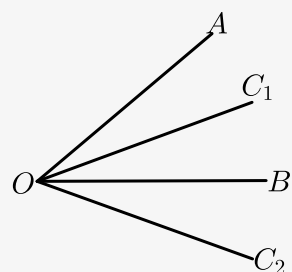
$$\therefore \angle AOB = 3\alpha = 120^{\circ} .$$

【标注】【知识点】角的和差的计算与证明-不需要分类讨论

16. 一条射线 OA , 从点 O 再引两条射线 OB 与 OC , 使 $\angle AOB = 40^{\circ}$, $\angle BOC = 20^{\circ}$, 则 $\angle AOC =$ _____ .

【答案】 20° 或 60°

【解析】当射线 OC 在角内部时， $\angle AOC = 40^\circ - 20^\circ = 20^\circ$ ，当射线 OC 在角外部时
 $\angle AOC = 40^\circ + 20^\circ = 60^\circ$.



【标注】【知识点】角的和差的计算与证明-需要分类讨论

三、余角和补角

名称	定义	图形	数学语言	性质
互余	如果两个角的和等于 90°(直角) ，就说这两个角互为余角，即其中一个角是另一个角的余角		如果 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ， 就说 $\angle 1$ 是 $\angle 2$ 的余角，或 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互为余角	同角(等角)的余角 相等
互补	如果两个角的和等于 180°(平角) ，就说这两个角互为补角，即其中一个角是另一个角的补角		如果 $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ ， 就说 $\angle 3$ 是 $\angle 4$ 的补角，或 $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 互为补角	同角(等角)的补角 相等

【备注】(1) 余角(补角)是指两个角的数量关系，是成对出现的，单独的一个角或两个以上的角不能称为余角(补角) .
 (2) 一个角的余角(补角)可以有多个，但它们的度数是相等的 .
 (3) 若两个角互余，则这两个角一定都是锐角；若两个角互补，则这两个角可能都是直角，也可能是一个锐角、一个钝角 .
 (4) 互余或互补的角只与数量有关，与位置无关 .

17. 已知 $\angle\alpha = 35^\circ$ ，则 $\angle\alpha$ 的补角的度数是（ ）。

A. 55°

B. 65°

C. 145°

D. 165°

【答案】C

【解析】当两个角的度数和为 180° 时，这两个角互为补角。

所以 $\angle\alpha$ 的补角为 $180^\circ - \angle\alpha = 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$ 。

【标注】【知识点】余角和补角

18. 若一个角的余角是 62° ，则它的补角的度数为 _____。

【答案】 152°

【解析】设这个角为 x 度，

$$90^\circ - x = 62^\circ,$$

$$x = 28^\circ,$$

$$180^\circ - 28^\circ = 152^\circ.$$

故答案为： 152° 。

【标注】【知识点】余角和补角

19. 若一个角的补角比它的余角的2倍多 15° ，则这个角的度数是 _____。

【答案】 15°

【解析】设这个角的度数为 x° ，

$$\text{则 } 180 - x = 2(90 - x) + 15,$$

$$\text{解得 } x = 15.$$

故这个角的度数是 15° 。

【标注】【知识点】余角和补角

四、方位角

方位角就是用 角度 和 方向 表示方位的角。

在平面图上，方向规定为“上北，下南，左西，右东”。

方位角一般是指以正南或正北的方向为基准，再加上偏东或偏西的角度。

方位角习惯上把南或北写在前，把东或西写在后，用两个方向表示(如北偏东 60°)。方位角的度数为两条射线的夹角的度数。

如图4-3-15所示，与地面上的方向顺序相同。东北方向表示以正北为角的始边，向东转 45° 时的射线的方向，又叫 北偏东 45° ；东南方向为 南偏东 45° ；西南方向为 南偏西 45° ；西北方向为 北偏西 45° 。

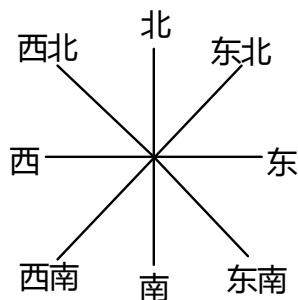
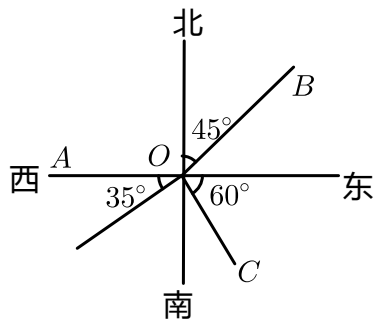


图4-3-15

栗子10

20. 如图，在下列说法中错误的是（ ）。



A. 射线 OA 的方向是正西方向

B. 射线 OB 的方向是东北方向

C. 射线 OC 的方向是南偏东 60°

D. 射线 OD 的方向是南偏西 55°

【答案】C

【解析】A 选项：射线 OA 是正西方向，故A选项说法正确；

B 选项：射线 OB 的方向是东北方向，故B选项说法正确；

C 选项：射线 OC 的方向是南偏东 30° ，故C选项说法错误；

D 选项：

射线 OD 的方向是南偏西 $90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$ ，故D选项说法正确．

故选C．

【标注】【知识点】方位角

21. 一个人从A点出发向北偏东 60° 的方向走到B点，再从B出发向南偏西 15° 方向走到C点，那么 $\angle ABC$ 等于（ ）．

A. 75°

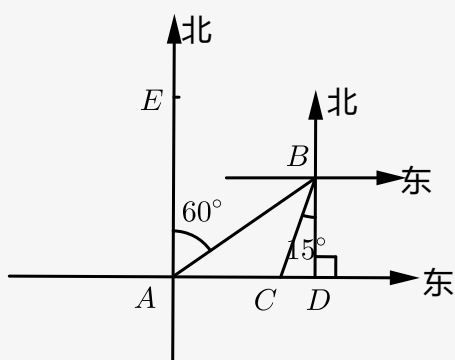
B. 105°

C. 45°

D. 135°

【答案】C

【解析】如图所示，



$\because AE \parallel BD$ ，

$\therefore \angle EAB = \angle ABD = 60^\circ$ ，（两直线平行，内错角相等）

又 $\because \angle CBD = 15^\circ$ ，

$\therefore \angle ABC = 60^\circ - 15^\circ = 45^\circ$ ．

【标注】【知识点】方位角